# Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

SS04, Studienziel Diplom (**160 203**)

Dozent: J. König   Übung: M.Braun, B.Kubala, J.Splettstößer, D.Urban


# Übungsblatt 2   Abgabe: 04.05.04 vor der Vorlesung

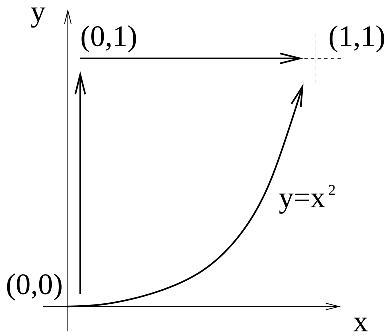
**Aufgabe 5 :** Fundamentaltheorem für Gradienten *(2 Punkte)*

Überprüfen Sie das Fundamentaltheorem für Gradienten anhand der Funktion $\Phi = \frac{1}{3}(\sqrt{x^2+y^2+z^2})^3$, indem Sie den Gradienten in der $z = 0$ Ebene

(a) von $(0,0)$ über $(0,1)$ bis $(1,1)$ integrieren.

(b) den Integrationsweg $y = x^2$ wählen.

(c) über den einen Weg hin und über den anderen zurück integrieren.




**Aufgabe 6 :** Gauß' scher Satz *(2 Punkte)*

Der Gauß' sche Satz $\iiint_V \left(\vec{\nabla}\cdot\vec{v}\right)\, dV = \oint_S \vec{v}\cdot d\vec{a}$ verknüpft das Volumenintegral der Divergenz eines Vektorfeldes (die Quellen) mit dem umschliessenden Flächenintegral (Fluss des Vektorfeldes durch die Oberfläche).

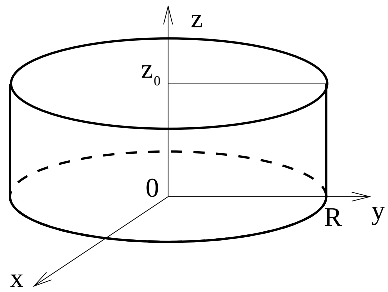
(a) Skizzieren Sie die Flächenelemente $d\vec{a}$ auf den folgenden Flächen, und geben sie Ausdrücke dafür in geeigneten Koordinaten an:

(a.1) $x - y$ Ebene

(a.2) Kugeloberfläche

(a.3) Deck- und Mantelfläche eines Zylinders

(b) Skizzieren Sie das Vektorfeld $\vec{v} = \begin{pmatrix} zx \\ zy \\ z^2 \end{pmatrix}$, und wenden Sie den Satz von Gauß für den skizzierten Zylinder an.

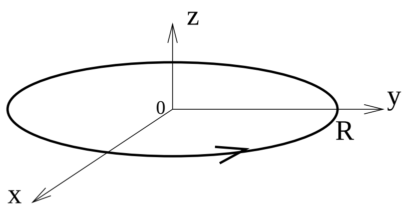



**Aufgabe 7 :** Satz von Stokes *(2 Punkte)*

Der Satz von Stokes $\iint_F (\vec{\nabla}\times\vec{v})\cdot d\vec{a} = \oint_C \vec{v}\cdot d\vec{l}$ verknüpft die Rotation eines Vektorfeldes, integriert über die Fläche $F$, mit dem Linienintegral entlang der Umrandung.

(a) Verifizieren Sie den Satz von Stokes für das Vektorfeld $\vec{v} = \hat{e}_z \times \hat{e}_\rho$ auf der nebenstehenden Fläche bzw. Kontur.

(b) Wechseln Sie den Drehsinn des Linienintegrals. Was fällt Ihnen auf?



**Aufgabe 8 :** Die Dirac'sche Delta-'Funktion' *(3 Punkte)*

Die Dirac'sche $\delta$-Funktion (genauer: Distribution) ist definiert durch

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x)\,dx = f(0) \qquad (\ f(x) \text{ stetig in der Umgebung von } 0\ ) \tag{1}$$

(a) Zeigen Sie, dass folgende Funktionen

$$\delta(x,a) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-(\frac{x}{a})^2}$$

im Limes $\lim\limits_{a\to 0} \delta(x,a) = \delta(x)$ obige Eigenschaft erfüllt (beachten Sie, dass Limes und Integral vertauscht werden können).

(b) Beweisen Sie die folgenden Relationen:

(b.1) $\delta(bx) = \frac{1}{|b|}\delta(x)$

(b.2) $\delta(x^2 - b^2) = \frac{1}{2|b|}\left[\delta(x+b) + \delta(x-b)\right]$

(b.3) $\lim\limits_{a\to 0} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\frac{d}{dx}\delta(x,a)\,dx = -f'(0)$

(c) Zeigen Sie an einem Beispiel, dass in 3 Dimensionen $\delta^3(\vec{r} - \vec{r}_0\,)$ in kartesischen Koordinaten $\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\delta(z-z_0)$ entspricht, in Kugelkoordinaten aber **nicht** $\delta(r-r_0)\delta(\vartheta-\vartheta_0)\delta(\varphi-\varphi_0)$. Wie muss der Ausdruck für Kugelkoordinaten abgeändert werden?

**Aufgabe 9 :** Physikalische Anwendungen des Satzes von Gauß *(3 Punkte)*

In einem Wasserstoffatom im Grundzustand ist die Ladungsdichte (das 1s-Orbital) gegeben durch

$$\rho(\vec{r}\,) = e\delta^3(\vec{r}\,) - \frac{e}{\pi a^3}\exp\left(-\frac{2r}{a}\right)$$

Eine positive Punktladung (Atomkern) ist umgeben von einer kugelsymmetirschen negativen Raumladung (Elektronen). Hier bezeichnet $e$ die Elementarladung, $a$ ist der sog. Bohrsche Radius und $r$ der Abstand vom Ursprung. Berechnen Sie das elektrische Feld des Wasserstoffatoms, das sich aus dieser Ladungsverteilung ergibt.

---

Termine: (siehe auch http://www.tp3.ruhr-uni-bochum.de/~koenig/LEHRE/SS04/)

Übungsklausur: Di, 15.06.2004 in HNC 30 Start: 16Uhr

(Haupt-)Klausur: Do, 29.07.2004 in HNC 10 Start: 16Uhr