Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

SS04, Studienziel Diplom (**160 203**)

Dozent: J. König Übung: M.Braun, B.Kubala, J.Splettstößer, D.Urban

Übungsblatt 3

Abgabe: 11.05.04 vor der Vorlesung

Aufgabe 10 : Elektrisches Feld und Potential einer Kreisscheibe *(4 Punkte)*

Gegeben sei eine Kreisscheibe mit Radius R und vernachlässigbarer Dicke. Diese Scheibe besitze die homogene Flächenladungsdichte $\sigma = Q/(\pi R^2)$. Die Scheibe liege in der $x - y$ Ebene und sei um den Ursprung zentriert.

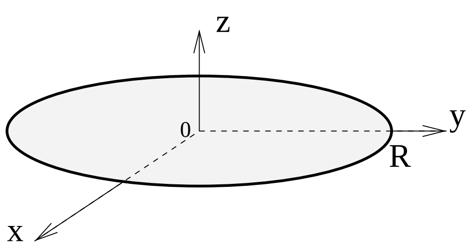
(a) Berechnen Sie das Potential $\Phi(z)$ entlang der **z-Achse**.

(b) Berechnen Sie aus dem Potential die Feldstärke $\vec{E}(z)$ und geben Sie den Sprung des elektrischen Feldes bei $z = 0$ an.

(c) Untersuchen Sie das elektrische Feld für sehr große Abstände, $z \gg R$. Wie verhält sich das Feld verglichen mit dem einer Punktladung?

(d) Skizzieren Sie $E(z)$ und $\Phi(z)$.

(e) Geben Sie die Feldstärke $\vec{E}(z)$ in dem Grenzfall $R \to \infty$ bei konstanter Oberflächenladungsdichte an und verifizieren Sie Ihr Ergebnis mit Hilfe des Gauß'schen Satzes.



Aufgabe 11 : Anordnungen von Punktladungen *(2 Punkte)*

(a) Zwölf Ladungen q sitzen auf den Ecken eines ebenen regelmäßigen Zwölfecks. Welche Kraft erfährt eine Testladung, die in der Mitte des Zwölfeckes platziert wird?

(b) Nun wird eine der zwölf Ladungen entfernt. Wie gross ist die Kraft auf die Testladung in der Mitte? Begründen Sie ihr Ergebnis.

(c) Nun werden dreizehn Ladungen q als ebenes regelmäßiges Dreizehneck angeordnet. Welche Kraft erfährt eine Testladung, die in der Mitte des Dreizehneckes platziert wird?

(d) Nun wird eine der dreizehn Ladungen entfernt. Wie gross ist nun die Kraft auf die Testladung in der Mitte?

Aufgabe 12 : Anwendungen der Integralsätze in der Elektrostatik *(4 Punkte)*
Eine metallische Kugel mit Radius R ist mit der Ladung Q geladen. Da diese Kugel elektrisch leitend ist, muss das Potential innerhalb der Kugel konstant sein, sonst würde die Potentialdifferenz einen Stromfluß erzeugen.

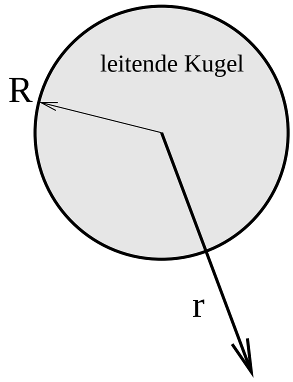
(a) Berechnen Sie das elektrische Feld ausserhalb der Kugel als Funktion vom Abstand r zum Ursprung.

(b) Berechnen Sie das elektrische Feld innerhalb der Kugel (einleitenden Text genau lesen!).

(c) Schliessen Sie aus dem elektrischen Feld auf das Potential ausserhalb und innerhalb der Kugel. Skizzieren sie $E(r)$ und $\Phi(r)$.

(d) Überlegen Sie sich aus dem Potential bzw. dem elektrischen Feld, wie die Ladung in der Kugel angeordnet ist.

(e) Berechnen Sie den Sprung des elektrischen Feldes auf der Oberfläche $\lim_{\Delta\to 0}[\vec{E}(R+\Delta) - \vec{E}(R-\Delta)]$, und geben Sie die Flächenladungsdichte σ an.



Aufgabe 13 : Einführung zu Greenschen Funktionen *(2 Punkte)*
Eine Funktion genüge der inhomogenen linearen Differentialgleichung $\Lambda f_{\text{inh}}(x) = g(x)$. Die dem Differentialoperator Λ zugehörige Greensche Funktion $G(x,x')$ ist definiert durch $\Lambda G(x,x') = \delta(x-x')$. Wenn diese Greensche Funktion $G(x,x')$ bekannt ist, kann die inhomogene Lösung des Problems für beliebige Inhomogenitäten $g(x)$ direkt berechnet werden durch

$$f_{\text{inh}}(x) = \int g(x')G(x,x')\,dx'\,. \tag{1}$$

Das elektrische Potential genügt der Poisson Gleichung $\vec{\nabla}^2\Phi(\vec{r}) = -\dfrac{\rho(\vec{r}\,)}{\varepsilon_0}$, d.h. $\Lambda = \vec{\nabla}^2$.

(a) Zeigen Sie, dass die Greensche Funktion für die Poisson Gleichung gegeben ist durch

$$G(\vec{r},\vec{r}\,') = \frac{-1}{4\pi}\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \quad \text{, d.h. es gilt} \quad \vec{\nabla}^2 G(\vec{r},\vec{r}\,') = \delta^3(\vec{r}-\vec{r}\,')$$

(b) Überprüfen Sie Gleichung (1) explizit am Beispiel der Poisson Gleichung für das Potential.