Theoretische Physik II (Elektrodynamik)

SS04, Studienziel Diplom (**160 203**)

Dozent: J. König Übung: A.Braggio, M.Braun, B.Kubala, J.Splettstößer,D.Urban

Name	
Matr.Nr	

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\sum$
Punkte						

Übungsklausur

am 15.06.04. Hilfsmittel: Papier, Stifte

Aufgabe 1 : Mathematische Einführung *(3 Punkte)*

Der Vektor $\vec{r} = r\,\vec{e}_r$ sei der Ortsvektor bezüglich eines Koordinatenursprungs, $\vec{a}$ sei ein beliebiger Vektor.

(a) Man berechne: $i)\ \nabla r$ $ii)\ \nabla \cdot \vec{r}$ $iii)\ \nabla \times \vec{r}$ $iv)\ \nabla \cdot \vec{e}_r$

(b) Zeigen Sie: $(\vec{a}\cdot\nabla)\vec{e}_r = \dfrac{1}{r}[\vec{a} - (\,\vec{a}\cdot\vec{e}_r\,)\,\vec{e}_r\,]$

Aufgabe 2 : Multipolmomente einer Verteilung von Punktladungen *(3 Punkte)*

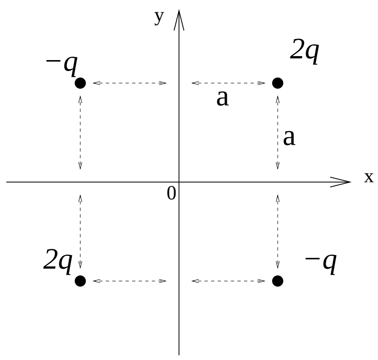
Gegeben sei nebenstehende Ladungsverteilung:

(a) Ermitteln Sie das Monopolmoment.

(b) Berechnen Sie das Dipolmoment.

(c) Bestimmen Sie das Quadrupolmoment.

$$\left[\ Q_{ij} = \iiint \left(\,3r_ir_j - \delta_{ij}(\vec{r}\,)^2\,\right)\rho(\vec{r}\,)dV\ \right]$$



Aufgabe 3 : Das Randwertproblem *(5 Punkte)*

Auf einer Kugeloberfläche mit Radius R sei das Potential $\Phi(R,\vartheta) = \Phi_0\cos^2\vartheta$ vorgegeben. Der übrige Raum sei frei von Ladungsträgern. Berechnen Sie aus dem Ansatz

$$\Phi(r,\vartheta) = \sum_{l=0}^{\infty}\left(A_l\,r^l + \frac{B_l}{r^{l+1}}\right)\,P_l(\cos\vartheta)$$

das Potential innerhalb und ausserhalb der Kugel.

$$\left[P_0(x) = 1\,,\quad P_1(x) = x\,,\quad P_2(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}\,,\quad P_3(x) = \frac{5}{2}x^3 - \frac{3}{2}x\,,\ ...\right]$$

Aufgabe 4 : Ebene parallele Platten *(5 Punkte)*

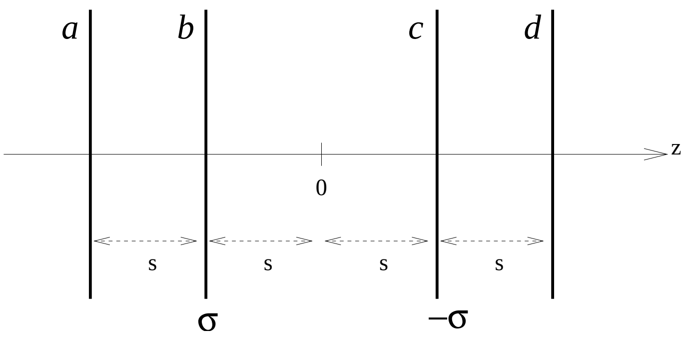
Der Raum wird von 4 ebenen, parallelen, dünnen Ebenen (a, b, c, d) in Bereiche unterteilt. Die Platten seien metallisch. Platte b trage die Flächenladungsdichte σ, Platte c die Flächenladungsdichte $-\sigma$. Die Platten a und d seien frei von Oberflächenladungen.

(a) Überlegen Sie sich die z-Komponente des elektrischen Feldes E_z und das Potential Φ in jedem Raumbereich. Zeichnen Sie $E_z(z)$ und $\Phi(z)$ (mit $\Phi(0) = 0$) in gut beschriftete Graphen ein.

(b) Nun werden die Platten a und d leitend miteinander verbunden. Durch die Verbindung fliesst ein Strom. Warum?

(c) Durch den resultierenden Ladungstransfer aus Aufgabe b) wird auf der Platte a die Flächenladung $-\sigma/2$ und auf der Platte d die Flächenladung $+\sigma/2$ aufgebaut. Zeichnen Sie für diesen Fall $E_z(z)$ und $\Phi(z)$ in gut beschriftete Graphen ein.

(d) Welcher Anteil der Feldenergie wurde bei der Zusammenschaltung der äusseren Platten frei?



$$\left[\ \text{Anschlussbedingung des el. Feldes:}\quad \vec{E}(z_0 + \Delta) - \vec{E}(z_0 - \Delta) = \vec{n}\,\frac{\sigma(z_0)}{\varepsilon_0}\ \right]$$

Aufgabe 5 : Kugelkondensator *(4 Punkte)*

Eine massive metallische Kugel mit Radius a trage die Ladung q. Die Kugel sei konzentrisch umschlossen von einer dicken, metallischen, ungeladenen Schale, deren Innendurchmesser b und Aussendurchmesser c ist.

(a) Berechnen und skizzieren Sie den Betrag des elektrischen Feldes $\vec{E}$ und das Potential Φ im gesamten Raum, und ermitteln Sie die Flächenladungen auf allen Oberflächen.

(b) Wie verändert sich $\vec{E}$, Φ und die Oberflächenladungen aus Aufgabe (a), wenn die Kugelschale geerdet wird?