Theoretische Festkörperphysik II

SS06, **160303**

Dozent: Jürgen König   Übungen: B. Kubala und M. Braun

Übungsblatt 1

Besprechung: Mittwoch, den 26.04.06; 16:00 in NB 6/73.

Aufgabe 1: Frequenzabhängige Leitfähigkeit im Drude-Modell

(a) Finden Sie im Drude-Modell, d.h. ausgehend von der klassischen Bewegungsgleichung:

$$m\dot{\vec{v}} + \frac{m}{\tau}\vec{v} = \vec{F}\ ,$$

die Stromdichte $\vec{j}(\omega)$ in einem elektrischen Wechselfeld $\vec{E}(\omega) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$. Dies liefert die frequenzabhängige Leitfähigkeit:

$$\vec{j}(\omega) = \sigma(\omega)\vec{E}(\omega)\ . \tag{1}$$

Die frequenzabhängige Leitfähigkeit bestimmt auch die Eigenschaften von Festkörpern unter von außen einfallenden elektromagnetischen Wellen.

(b) Gewinnen Sie aus den Maxwell-Gleichungen

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad \nabla \vec{H} = 0$$
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \nabla(\varepsilon_0\varepsilon_r \vec{E}) = \rho \equiv 0$$

eine partielle Differentialgleichung für $\vec{E}$ in Materie, die sogenannte Telegraphengleichung. Dabei soll der Festkörper keine das elektrische Feld mit verursachenden Ladungen haben und das Ohmsche Gesetz [Gln. (1)] gelten. Magnetische Effekte wollen wir nicht betrachten, so dass $\mu_r = 1$.

(c) Bestimmen Sie durch einen Wellenansatz $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$ den Brechungsindex $\tilde{n} = \frac{c}{\omega}k$. Diskutieren Sie den Skin-Effekt, der das Eindringen langsamer Felder ($\omega\tau \ll 1$) in Metalle limitiert. Betrachten Sie auch den Grenzfall hochfrequenter Strahlung. Welche physikalische Bedeutung hat die Plasma-Frequenz $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2/m}$?

Aufgabe 2: Effektive Masse

Die elektronischen Bänder in einem Festkörper können durch die Näherung

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon_0 + \frac{\hbar^2}{2}\vec{k}\hat{M}^{-1}\vec{k}$$

beschrieben werden, wobei die Matrix $\hat{M}$ die effektive Masse der Elektronen bestimmt.
Das Koordinatensystem kann so gewählt werden, dass die Matrix $\hat{M}$ diagonal ist,

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} m_x & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & m_z \end{pmatrix}\ .$$

(a) Betrachten Sie zunächst die Bewegung von Elektronen ohne Stoßprozesse in einem $\vec{B}$-Feld in z-Richtung und finden Sie die effektive Zyklotronmasse, welche die Zyklotronfrequenz bestimmt.

(b) Verallgemeinern Sie die Rechnung aus der Vorlesung, um den Leitfähigkeitstensor für die obige Bandstruktur (und ein magnetisches Feld in z-Richtung) zu bestimmen.

Aufgabe 3 : Hall-Effekt im semiklassischen Boltzmann-Bild

Wir wollen den spezifischen Widerstand in Anwesenheit eines homogenen Magnetfeldes mit Hilfe der Boltzmann-Gleichung bestimmen.
Leiten Sie dazu zunächst die Boltzmann-Gleichung in Relaxationszeit-Näherung in Anwesenheit eines $\vec{B}$-Feldes her, wobei wir Abweichungen vom Ohmschen Gesetz vernachlässigen, d.h. nur lineare Terme in $\vec{E}$ betrachten.
Man erhält:

$$0 = \frac{f_1}{\tau} + e\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\vec{E}\cdot\vec{v} + \frac{e}{\hbar}(\vec{v}\times\vec{B})\frac{\partial f_1}{\partial \vec{k}} \ .$$

Für die Lösung f_1 dieser Gleichung wählen wir als Ansatz die Lösung der Gleichung ohne magnetisches Feld, wobei das elektrische Feld durch ein zu bestimmendes Feld $\vec{E}'$ substituiert wird. Zeigen Sie, dass dann

$$\vec{E} = \vec{E}' + \frac{e\tau}{m}(\vec{B}\times\vec{E}') \tag{2}$$

gilt. Berechnen Sie die elektrische Stromdichte $\vec{j}$ als Funktion von f_1 (und damit als Funktion von $\vec{E}'$). Finden Sie daraus und mit Gln. (2) den spezifischen Widerstand $\hat{\rho}$.