

Einführung in die Theoretische Physik

Übungsblatt 2

Abgabe: Montag, 05.11.07
 Besprechung: Freitag, 09.11.07

Aufgabe 5: vollständige Induktion
 Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion

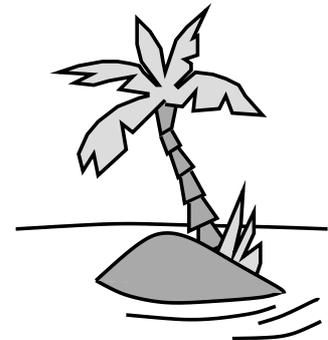
(5 Punkte)

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left(\sum_{k=1}^n k \right)^2 \tag{1}$$

Aufgabe 6: Folgen II: Kokosnüsse

(5 Punkte)

Auf einem Eiland befinden sich n Matrosen, ein Affe und Kokosnüsse der Anzahl K_n . Der erste Matrose nimmt sich die Hälfte der Nüsse und eine dazu. Der zweite nimmt sich vom Rest die Hälfte und eine dazu. In dieser Weise verfahren nacheinander die übrigen Matrosen. Für den Affen bleibt schließlich genau eine Nuß übrig.



Bestimmen Sie den Zusammenhang von K_n und K_{n-1} . Schreiben Sie die Anzahl K_n der Nüsse mindestens für $n = 1, 2, 3, 4$ in Form von einer Summe aus Potenzen von 2 auf und leiten Sie daraus eine Vermutung für die allgemeine Formel für K_n ab. Beweisen Sie deren Richtigkeit mit Hilfe der vollständigen Induktion nach der Anzahl der Matrosen.

Aufgabe 7: Grenzwerte I

(5 Punkte)

Berechnen Sie die Grenzwerte, sofern diese existieren:

- (a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{5x + 1}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4x^2 - 2x + 3} - 2x \right)$
- (c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x - \sqrt{x}} \right)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$ und $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x}{x^2 - 1}$

Aufgabe 8: Umkehrfunktionen

(5 Punkte)

Beweisen Sie unter Angabe des Gültigkeitsbereiches für $x \in U \subseteq \mathbb{R}$:

- (a) $\operatorname{arcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$
- (b) $\operatorname{artanh} x = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$

Anmerkung: $\cosh x = (e^x + e^{-x})/2$, $\sinh x = (e^x - e^{-x})/2$.

