RWTH AACHEN

Dozent: Prof. Dr. G. Burkard
Übungen: Braun, Kahlert, & Wegewijs
WS07/08, Nr. **07ws-04673**

Einführung in die Theoretische Physik

Übungsblatt 4

Abgabe: Montag, 19.11.07
Besprechung: Freitag, 23.11.07

Aufgabe 13 : Taylorentwicklung *(4 Punkte)*
Unter der *Taylorentwicklung der Ordnung* N einer Funktion um x_0 versteht man den Näherungsausdruck

$$f(x) \approx \sum_{n=0}^{N} \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0)\,(x - x_0)^n,$$

wobei $f^{(n)}$ die n-te Ableitung der Funktion $f(x)$ bezeichnet. Entwickeln Sie

(a) $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ um $x_0 = 1$ bis $N = 5$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ um $x_0 = 0$ bis $N = 3$ wobei $x < 1$.

(c) $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$ um $x_0 = 0$ bis $N = 4$, wobei $|x| < 1$.

Berechnen Sie die $f^{(n)}(x_0)$ explizit bis zur angegebenen Ordnung.

Aufgabe 14 : Spezielle Relativitätstheorie *(4 Punkte)*
Aus der speziellen Relativitätstheorie folgt, dass die Energie E eines Teilchens mit dem Impuls p gegeben ist durch

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4\,,$$

wobei m die Ruhemasse des Teilchens und c die Lichtgeschwindigkleit ist. Zeigen Sie durch eine Taylorentwicklung, dass im Falle kleiner Impulse/Geschwindigkeiten dieser Ausdruck der bekannten nichtrelativistischen Energie-Impulsbeziehung $E = p^2/2m$ entspricht.

Aufgabe 15 : Ableitung der Exponentialfunktion *(3 Punkte)*

$$\frac{d}{dx} f(x) = f(x)$$

erfüllt.

bitte wenden

Aufgabe 16 : partielle Ableitungen *(3 Punkte)*

Bestimmen Sie alle ersten und zweiten (inklusive der gemischten) partiellen Ableitungen der Funktion

$$f(x,y,z) = x^2 \cdot \sinh(x) + 2xyz + \frac{y}{x+z}$$

Aufgabe 17 : Höherdimensionale Taylorentwicklung *(4 Punkte)*

Die Taylorentwicklung einer Funktion der Variablen (x,y) um einen Punkt (x_0,y_0) herum hat die Form

$$f(x,y) = \sum_n \sum_m a_{n,m}(x-x_0)^n(y-y_0)^m$$

(a) Bestimmen sie die Entwicklungskoeffizienten $a_{n,m}$, indem sie $f(x,y)$ erst nach der einen, und dann nach der anderen Variable entwickeln.

(b) Entwickeln Sie $f(x,y) = \sin(x)\ \sin(y)$ um $(x_0,y_0) = (0,0)$ bis zur 2ten Ableitung. Ist dieser Punkt ein Extremum der Funktion?

Aufgabe 18 : Optimierung *(2 Punkte)*

Aus einem quadratischen Stück Pappe der Kantenlänge a wird eine quaderförmige Schachtel mit Deckel hergestellt. Für welche Schachtelhöhe h wird das Volumen V der Schachtel maximal und wie groß ist es?