

Einführung in die Theoretische Physik

Übungsklausur

Aufgabe	32	33	34	35	36	Σ	Note
Punkte							

Name	
Matr.Nr	
Gruppe	

Versehen Sie das Aufgabenblatt mit Name, Gruppennummer und Matrikelnummer. Heften Sie am Ende ihre Unterlagen mit dem Aufgabenblatt zusammen. Der Lösungsweg muss in ihren Aufzeichnungen erkennbar sein, sonst werden ihre Ergebnisse nicht bewertet. Unleserliche Lösungen werden ebenso nicht bewertet. Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.

Aufgabe 32: Ableitungen

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen:

(a) $f(x) = \ln\left(\frac{1}{x^2}\right)$

(b) $f(x) = \sin(\sqrt{x})$

(c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$

(d) $f(\phi) = \tan \phi = \frac{\sin \phi}{\cos \phi}$

Aufgabe 33: Grenzwerte

(3 Punkte)

Berechnen Sie folgende Grenzwerte, sofern diese existieren:

(a) $\lim_{\phi \rightarrow 0} \frac{\cos \phi - 1}{\tan \phi}$

(b) $\lim_{z \rightarrow i} \frac{z^2 - iz}{z^2 + 1}$

$i = \text{imaginäre Einheit}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x(x+1)} - x$

Aufgabe 34: Integration

(4 Punkte)

Bestimmen Sie die folgenden Integrale mittels eines geeigneten Lösungsweges

(a) $\int dx \frac{x}{a^2 - x^2}$

(b) $\int_0^\pi dx \sin^2 x$

bitte wenden

Aufgabe 35: Taylorentwicklung

(3 Punkte)

Die Taylorentwicklung einer Funktion $f(x)$ um x_0 in der Ordnung N ist gegeben durch

$$f(x) \approx \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} f^{(n)}(x_0) (x - x_0)^n,$$

wobei $f^{(n)}$ die n -te Ableitung der Funktion $f(x)$ bezeichnet. Entwickeln Sie

(a) $\cos \phi$

(b) $\sin \phi$

um $\phi = 0$ in 4ter Ordnung.

Aufgabe 36: Das Fadenpendel

(6 Punkte)

An einem Faden der Länge l hängt eine Masse m . Der Faden schränkt die Bewegung der Masse auf die Bahn $s(t) = l \cdot \varphi(t)$ ein. Daher ist auch nur die Kraftkomponente F_{\parallel} parallel zur Bahn von Interesse.

- (a) Zeigen Sie, dass der Winkel φ folgender Differentialgleichung genügt

$$\ddot{\varphi} = -\frac{g}{l} \sin \varphi$$

- (b) Entwickeln Sie diese Differentialgleichung für kleine Winkelausschläge, und demonstrieren Sie, dass die Lösung der entwickelten Differentialgleichung gegeben ist durch

$$\varphi(t) = A \sin \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right) + B \cos \left(\sqrt{\frac{g}{l}} t \right)$$

- (c) Bestimmen Sie die Konstanten A und B , wenn bei $t = 0$ das Pendel...

(c.1) um φ_0 maximal ausgelenkt und dann losgelassen wurde.

(c.2) in der Ruheposition mit der Geschwindigkeit v_0 angestoßen wurde.

